



UDC 51-76

MODELING OF THE LIMIT STATES IN THE DYNAMIC SYSTEMS OF LIVING AND LIFELESS NATURE

I. Grabar¹, O. Grabar²

Article info

Received

04.02.2020

Accepted

11.03.2020

¹ Zhytomyr
National
Agroecological
University
7, Staryi Blvd,
Zhytomyr,
10008, Ukraine

² Zhytomyr
Polytechnic
State University
103,
Chudnivska Str.,
Zhytomyr,
10005, Ukraine

E-mail: ivan-grabar@ukr.net

Grabar, I., Grabar, O. (2020). Modeling of the limit states in the dynamic systems of living and lifeless nature. Scientific Horizons, 03 (88), 59–73. doi: 10.33249/2663-2144-2020-88-3-59-73.

The article is sanctified to the exposure of the universal mathematical going to the quantitative design of dynamics systems of various physical nature. Aim of the research: To substantiate the possibility of using common approaches to the quantitative modeling of the dynamics of living and non-living systems. As a result were educed terms and ranges of application the general discrete models of development technique, dynamics of populations, economic models. It was built generalized Fibonacci model, that allows to forecast the indicated processes for the different values of parameter a prehistory γ . Quantitative comparison of the offered approaching the generalized model of Fibonacci is given with experimental values. It is shown that well-known conformity to law of development the information technologies is doubling of amount transistors on the integrated circuits during each 18 months, that is often named «Moore's law» is the partial case of the generalized Fibonacci's row. Offered correlations for the quantitative estimation of scale multiplier the rates of increase the system of q and his connection is set with a parameter γ . It has next physical maintenance: for the dynamics of populations γ characterizes the period of achievement a reproductive age females, and in the innovative economic systems is a period of "ripening" the innovations, their time of development from an idea – to the market. A list over of innovative advantages of development IT and production of electromobiles is brought, as one of the most dynamic industries of world economy. A promising direction for further research is the dissemination of the proposed approaches and the results obtained for forecasting the dynamics and development of solutions for managing the system of introduction of innovations into production.

Key words: dynamics of the systems, dynamics of the economic systems, information technologies, dynamics of populations, the generalized Fibonacci's model.

МОДЕЛЮВАННЯ ГРАНИЧНИХ СТАНІВ В ДИНАМІЦІ СИСТЕМ ЖИВОЇ І НЕЖИВОЇ ПРИРОДИ

I. Г. Грабар¹, О. І. Грабар²

¹Житомирський національний агроєкологічний університет
бульвар Старий, 7, м. Житомир, 10008, Україна

²Державний університет «Житомирська політехніка»
вул. Чуднівська, 103, м. Житомир, Україна, 10005

Стаття присвячена виявленню універсальних математичних підходів до кількісного моделювання динаміки систем різноманітної фізичної природи. Мета досліджень: обґрунтувати можливість використання спільних підходів до кількісного моделювання динаміки систем живої і неживої природи.

В результаті виявлено умови і діапазони застосування спільних дискретних моделей розвитку техніки, динаміки популяцій, економічних моделей тощо. Побудована узагальнена модель Фібоначчі, що дозволяє прогнозувати вказані процеси для різних значень параметра передісторії γ . Дається кількісне порівняння запропонованого наближення узагальненої моделі Фібоначчі з експериментальними значеннями. Показано, що загальновідома закономірність розвитку інформаційних технологій – подвоєння кількості транзисторів на інтегральних схемах протягом кожних 18 місяців, що часто називається «закон Мура», – є частковим випадком узагальненого ряду Фібоначчі. Запропоновані співвідношення для кількісної оцінки масштабного множника темпів зростання системи q та встановлено його зв'язок з параметром γ , що має наступний фізичний зміст: для динаміки популяцій γ характеризує період досягнення самками репродуктивного віку, а в інноваційних економічних системах – період «дозрівання» інновацій, тобто їх час розвитку від ідеї – до ринку. Наведено перелік інноваційних переваг розвитку ІТ та виробництва електромобілів як одних із найдинамічніших галузей світової економіки. Перспективним напрямом подальших досліджень є розповсюдження запропонованих підходів та отриманих результатів для прогнозування динаміки та розробки рішень з управління системою впровадження інновацій у виробництво.

Ключові слова: динаміка систем; динаміка економічних систем; інформаційні технології; динаміка популяцій; узагальнена модель Фібоначчі.

Вступ

Про світ лінійний і нелінійний з часів виникнення синергетики сказано і написано дуже багато. І якщо з давніх давен науковці та дослідники природи і техніки намагалися лінеаризувати моделі природних явищ і процесів: лінійні моделі простіші для прогнозу та передбачення (вперед і назад по часовій осі), лінійні контури простіші у виготовленні на існуючих верстатах, то останні 40 років підходи до нелінійності кардинально змінились. Адже власне феномен життя – явище нелінійне, і саме існування живих організмів – явище нелінійне. Саме в нелінійній постановці. Ілля Пригожин у моделі брюсселятора показав, що існування живої клітини можливе лише завдяки нелінійності моделі! (*Prigogine & Stengers, 1984*)

Фостер Лінн стверджує, що законам розвитку природи характерний ріст з прискоренням (а це – також нелінійність!), що обумовлено наявністю в природних явищах позитивного зворотного зв'язку (*Foster, 2008*). Наприклад, венчурний капітал охоче йде у «проривні» технології, котрі, в свою чергу, руйнують (роблять непотрібними!) старі технології і виробництва.

Які максимально можливі темпи зростання в динаміці систем живої і неживої природи? Які максимальні темпи зростання інноваційної економіки здатен ініціювати венчурний капітал? Спробуємо відповісти бодай на частину цих питань та запропонувати моделі їх кількісного прогнозування.

Так, щорічне зростання економіки країни в

5–6 % сприймається цілком природньо і свідчить про досить пристойний розвиток економіки країни чи групи країн. Хоча були періоди у багатьох країн, коли темпи розвитку сягали 10–12 %, а в деяких галузях – і 50–60 %, причому протягом кількох років підряд. Які чинники на це впливали?

У живій природі дуже актуальне питання – динаміка популяцій. Якою вона може і має бути? Як швидко можна наростити, наприклад, поголів'я ВРХ, свиней, овець? Як найшвидше можна розмножити новий сорт пшениці, картоплі, гречки? Як швидко може розростися зона враження новим захворюванням чи шкідником культурних рослин та с.-г. тварин?

Нині в кожній із названих галузей економіки, екології, інформаційних технологій (ІТ), машинобудування, сільського господарства накопичені емпіричні та теоретичні моделі, що дозволяють прогнозувати вказані показники. Аналізуючи їх, ми ставили за ціль виявити певні спільні риси для моделей найрізноманітніших явищ і процесів живої і неживої природи.

Матеріали та методи

Одне із завдань – розкриття спільних математичних закономірностей розвитку ІТ протягом останніх 50 років, продаж електромобілів протягом останнього десятиріччя, розкриття магічної природи «закону Мура» і чисел Фібоначчі, їх зв'язок із «золотою» пропорцією, зростання енергетичної ефективності обробки інформації та інше. Інше завдання: отримати моделі для кількісного прогнозування

впливу часу досягнення самками репродуктивного віку на динаміку популяції, а також впливу часу впровадження інновації «від ідеї – до ринку» на граничні темпи росту якісних та кількісних показників інноваційної економічної системи.

Результати досліджень та обговорення

Розвиток світової економіки стає все більш інноваційним, тобто вплив науки і високих технологій стає все більш значимим. Обсяги світового ринку наукоємної продукції до 2022 перевищать \$52,5 млрд (Larin et al., 2019).

Зокрема, що перші топ-50 компаній світу належать до високотехнологічного сектору і мають рентабельність більше 15 %, що в два рази більше традиційного сектору економіки. Однак масове впровадження інновацій має низку об'єктивних та суб'єктивних обмежень, що пояснюються цілою низкою факторів: інституціональних і регіональних, психологічних і соціальних (Tokarev, 2014), пов'язаних складними взаємовідносинами науковців, інженерів, виробників і покупців інноваційних продуктів. Оскільки інновація несе в собі значний елемент невизначеності, а значить – ризику, то і шлях їх від наукової лабораторії до ринку – дуже непростий.

В якій мірі особливий статус займає сегмент ринку ІТ, де попит не спадає більше, як пів століття, а значить і елемент невизначеності, і елемент ризику – значно менші. Тому й нема обмежень інвестицій в ІТ-дослідження.

Ось деякі особливості розвитку ІТ, що визначають їх інноваційність:

- висока прибутковість;
- дуже висока мотивація працюючих;
- жорстка конкуренція;
- найвищі пріоритети наукових розробок;
- практично відсутня залежності від сировини;
- відносно просте впровадження;
- дружність до навколишнього середовища;
- необмежений ринок споживачів;
- надвисока додана вартість;
- простота тиражування розробок;
- практична незалежність від кордонів та інші.

Ринок ІТ наразі фактично об'єднав всі сфери діяльності Людства і запровадив стільки нових

напрямків людської діяльності, скільки не вдавалося жодній інновації за всю історію цивілізації. Зародившись як відповідь на запит полегшення рутинної людської праці в області обчислень (в 1950–1980 рр. навіть курс для студентів називався ОТІЕР – обчислювальна техніка в інженерних та економічних розрахунках) ІТ прийшли до автоматизованих систем управління складних інженерних рішень (космічні об'єкти, складні виробничі комплекси, торговельні мережі тощо) та на сьогоднішній день ІТ прийшли в кожен дім: сучасний мобільний телефон, побутовий комп'ютер, холодильник, пральна машина, пілосос, розумний дім – це все витвори апаратної та програмної складових ІТ. І в середньостроковій перспективі цей сегмент ринку буде лише наростати. До речі, в середовищі ІТ електромобіль інтегрується значно простіше, ніж автомобіль з двигуном внутрішнього згоряння, так як в другому випадку є необхідність всі сигнали ДВЗ перетворювати в електричний сигнал, зрозумілий для ІТ.

Саме наведені інноваційні складові ІТ забезпечують приріст основних показників на рівні 60 % щорічно (тобто подвоєння кожні 1,5 року – згідно з «законом» Мура).

З іншої сторони, згідно з доповіддю «Глобальний інноваційний індекс» в 2017 році, підготовленою спільно Корнельським університетом, школою бізнесу *INSEAD* та Всесвітньою організацією інтелектуальної власності (ВОІС), очолюють рейтинг на терені інновацій Швейцарія, Швеція, Нідерланди, США та Великобританія. В щорічному моніторингу інноваційного індексу, що обчислюється для 130 країн за кількома десятками параметрів – від кількості заявок на патенти, витрат на наукові дослідження, НДДКР, освіти тощо – всі види діяльності держави, що впливають її інноваційну активність. Саме знання та інновації є локомотивом економічного зростання глобальної економіки. До речі, в 2018 г. Швейцарія восьмий рік підряд очолила загальний рейтинг інноваційної активності. Так, її індекс *EIS (European Innovation Scoreboard)* в 2018 році досяг значення 0,8. В тому ж 2018 році в Україні $EIS=0,14$, що забезпечило нашій державі останнє місце в Європі, тоді як навіть в Росії – 0,345, а в цілому по ЄС – 0,504.

Теоретичні відомості. Динаміка багатьох

систем механіки, електро- динаміки, комп'ютерної техніки, економіки, екології, популяційної динаміки тощо в більшості випадків контролюється двома чи більше конкуруючими процесами. Це приводить до почергового накопичення та почергового переходу приведеної кінетичної енергії в потенційну та навпаки:

«Кінетична енергія системи» ↔
«Потенційна енергія системи».

Як правило, в узагальнених координатах динаміку таких процесів для консервативних систем добре описують рівняння Лагранжа II роду :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{dL}{dq_1} \right) - \frac{dL}{dq_1} &= 0; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{dL}{dq_2} \right) - \frac{dL}{dq_2} &= 0; \\ &\dots \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{dL}{dq_s} \right) - \frac{dL}{dq_s} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

де: $q_s^{\dot{}}$ – узагальнені швидкості,

q_s – узагальнені координати,

$L = T - \Pi$ – функція Лагранжа, або різниця кінетичної та потенційної енергії системи для будь-якого моменту часу.

За наявності дисипативних сил (наприклад, сил тертя) праві частини в (1) замінюються відповідними дисипативними силами. Для перерахованих вище випадків наявність приблизно рівних конкуруючих процесів (1) приводить до замкненого аттрактора у випадку консервативної системи та спірального аттрактора і випадку дисипативної системи. При цьому, для обох типів систем, за наявності нелінійних складових, можливий перехід до дивних (хаотичних) аттракторів, наприклад, через каскад біфуркацій (Grabar, 2002; Grabar et al., 2015).

Особливий інтерес у розвитку даних систем виникає, коли частиною параметрів конкуруючих процесів можна знехтувати (Riznichenko & Rubin, 1993; Wilson, 1998; Chernousov, 2016). І особливо за умов, коли поведінка системи контролюється (принаймні, на заданому просторово-часовому інтервалі) одним параметром (Avilova, 2019). Тоді в межах цього інтервалу динаміка системи добре описується наближенням Мальтуса:

$$dX/dt = r * X \quad (2)$$

Модель Мальтуса в популяційній динаміці описує експоненціальне зростання ($r > 0$) популяції при відсутності ворогів та обмежень на ресурси, у випадку економічних систем – наприклад, виробничих – за необмеженого наростання попиту і наявності матеріальних і енергетичних ресурсів, в інноваційних системах – вдосконалення виробів за необмеженого попиту, необмежених інвестицій та наявності матеріальних і енергетичних ресурсів тощо. Аналіз таких систем дозволяє отримати екстремальні оцінки їх динаміки. Так, із (2), розділивши змінні, отримуємо:

$$\ln x = c + rt \quad (3)$$

або:

$$X(t) = X_0 e^{rt} \quad (4)$$

Замінивши $r = q$, маємо:

$$X(t) = X_0 q^t \quad (5)$$

З (5) слідує, що для довільних проміжків часу $t = T; 2T; 3T; \dots nT$, $n \in \mathbb{N}$ отримуємо дискретний ряд:

$$\begin{aligned} X_1 &= X_0 q^T \\ X_2 &= X_1 q^T = X_0 q^{2T} \\ X_3 &= X_2 q^T = X_0 q^{3T} \end{aligned} \quad (6)$$

Для (6) справедливо:

$$\frac{X_1}{X_0} = \frac{X_2}{X_1} = \frac{X_3}{X_2} = \dots = \frac{X_n}{X_{n-1}} = q \quad (7)$$

А це означає, що модель Мальтуса (2) дає розв'язок, що є геометричною прогресією. І якщо $q = e^r > 1$, або $r > 0$, то геометрична прогресія – зростаюча, а при $q = e^r < 1$, або $r < 0$ – спадаюча.

Відомим прикладом такого розв'язку є ряд Фібоначчі

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, \dots (8)$$

Кожен наступний член цього ряду є сумою двох попередніх, а відношення

$$X_{j+1}/X_j \Rightarrow \tau = (1 + \sqrt{5})/2 = 1,61803\dots (9)$$

де $\tau = 1,61803\dots$ – пропорція «золотого» перетину.

На прикладі узагальненої моделі популяції побудуємо узагальнений ряд Фібоначчі. Допущення моделі:

1. За кожен період відтворення T кожна репродуктивна самка народжує і вигодовує одну самку.

2. Вживання молодняка – 100 %.

3. Час досягнення самками репродуктивного віку $t = T * \gamma$.

4. Кількість періодів відтворення T кожної самки необмежений.

Результати моделювання зведемо в таблицю 1.

Таблиця 1. Вплив параметра γ на динаміку популяції

Номер покоління	Чисельність популяції для заданих значень γ				
	$\gamma=0$	$\gamma=1$	$\gamma=2$	$\gamma=3$	$\gamma=4$
1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2
3	4	3	3	3	3
4	8	5	4	4	4
5	16	8	6	5	5
6	32	13	9	7	6
7	64	21	13	10	8
8	128	34	19	14	11
9	256	55	28	19	15
10	512	89	41	26	20
11	1024	144	60	36	26
	$q=2$	$q=1,618$	$q=1,4655$	$q=1,3805$	$q=1,3247$

Із таблиці 1 випливає, що в залежності від значення параметра γ , що визначає час досягнення самкою репродуктивного віку, чисельність популяції визначається узагальненою моделлю Фібоначчі:

$$\begin{aligned} \gamma=0 \quad a_{i+1} &= a_i + a_i \\ \gamma=1 \quad a_{i+1} &= a_i + a_{i-1} \\ \gamma=2 \quad a_{i+1} &= a_i + a_{i-2} \\ \gamma=3 \quad a_{i+1} &= a_i + a_{i-3} \quad (10) \\ \gamma=4 \quad a_{i+1} &= a_i + a_{i-4} \\ \gamma=5 \quad a_{i+1} &= a_i + a_{i-5} \end{aligned}$$

Таблиця 2. Експериментальні та теоретичні значення параметра $q(\gamma)$

γ	0	1	2	3	4	5
$q_{\text{експ}}$	2	1,618	1,465	1,3805	1,3247	1,2853
$q_{\text{теор}}$	1,8553	1,618	1,4812	1,3928	1,3313	1,2862
$\delta, \%$	7,2	0	2,3	0,7	0,2	0,07

Із таблиці 2 слідує гарне співпадіння експериментальних та теоретичних (11) значень $q(\gamma)$ для $\gamma > 0$. На рис. 1 та рис. 2 наведені графіки наближень $q(\gamma)$ із таблиці 1 та ітераційної формули (11).

Апроксимація експериментальних (рис. 1) та отриманих з ітераційної формули (11) дозволила запропонувати два наближення функції $q(\gamma)$ для

$$\dots \dots \dots \gamma = \gamma \quad a_{i+1} = a_i + a_{i-\gamma}$$

В таблиці 1 для кожного значення параметра γ наведено значення знаменника геометричної прогресії q . Нами запропоновано ітераційне наближення для визначення $q(\gamma)$:

$$q_{\gamma+1} \approx 1 + \ln q_{\gamma} \quad (11)$$

В таблиці 2 наведено порівняння експериментальних (табл. 1) та теоретичних (11) значень $q(\gamma)$.

узагальненої моделі Фібоначчі:

$$q \approx \tau / \gamma^{0,144}; \quad R^2 = 0,9989 \quad (12)$$

$$q \approx \tau - 0,198 \ln(\gamma); \quad R^2 = 0,9978 \quad (13)$$

де $\tau = 1,61803, \gamma > 0$.

Покажемо, що відомі закони розвитку науки і техніки є частковими випадками узагальненої моделі Фібоначчі (10).

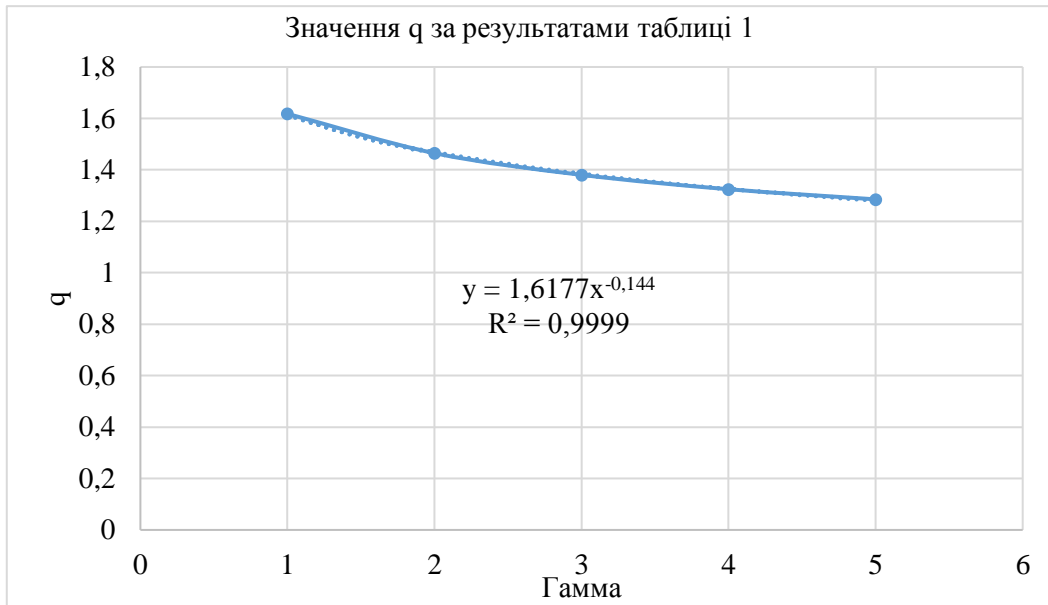


Рис. 1. Кількісна залежність параметра q від параметра γ за результатами таблиці 1

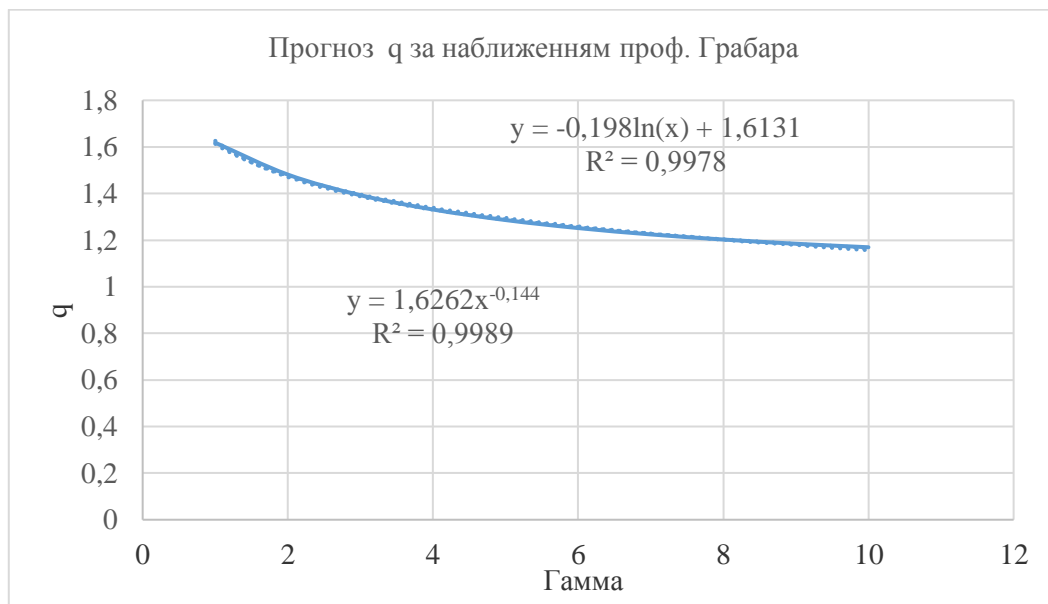


Рис. 2. Кількісна залежність параметра q від параметра γ за результатами ітераційного наближення (11)

Приклад 1. Розвиток інформаційних технологій (ІТ): «закон» Мура і ряд Фібоначчі.

Як показано вище, для ряду Фібоначчі (8) виконується (9). Тоді для $\gamma=1$ будемо мати:

$$X_{j+1}/X_j = \tau ; X_{j+2}/X_j = \tau^2 ; X_{j+3}/X_j = \tau^3 \dots (14)$$

«Закон Мура» найчастіше формулюють як подвоєння числа транзисторів на інтегральній схемі протягом кожних 18 місяців. Звідки слідує, що за два періоди по $T=18$ місяців, тобто за три роки (36 місяців), цей показник збільшується в 4 рази. Як слідує з (14), за три цикли ряду

Фібоначчі маємо:

$$X_{j+3}/X_j = \tau^3 = 4,236 = (2,052)^2 (15)$$

Тобто «закон» Мура з похибкою не гірше 2,6 % відповідає відомому ряду Фібоначчі, який, в свою чергу, описує динаміку популяції (2) для $\gamma=1$ (табл. 1). На рис. 3–5 та в табл. 3 (Ishakov, 2018) наведено числові дані, що демонструють динаміку розвитку ІТ протягом останніх 30–50 років. Аналіз цих даних показує, що $q \approx \tau = 1,618$, тобто наближається до узагальненого ряду Фібоначчі.

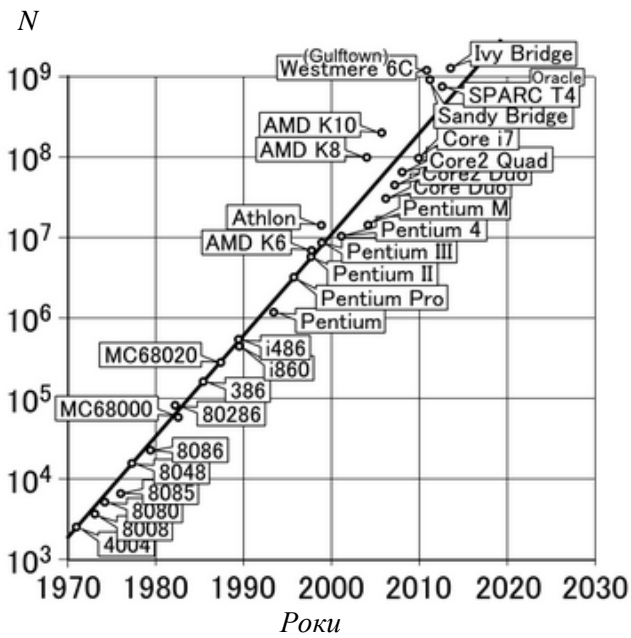


Рис. 3. Кількість транзисторів N на одній інтегральній схемі відомих ІТ-компаній світу як функція року початку випуску ($q=1,4251$)

Таблиця 3. Динаміка числа транзисторів на інтегральних схемах корпорації Intel за 32 роки ($q=1,47$)

№ з/п	Процесор	Рік початку випуску	Кількість транзисторів
1	4004	1971	2 300
2	8008	1972	2 500
3	8080	1974	5 000
4	8086	1978	29 000
5	286	1982	120 000
6	Intel 386TM	1985	275 000
7	Intel 486TM	1989	1 180 000
8	Intel Pentium®	1993	3 100 000
9	Intel Pentium® II	1997	7 500 000
10	Intel Pentium® III	1999	24 000 000
11	Intel Pentium® IV	2000	42 000 000
12	Intel Itanium®	2002	220 000 000
13	Intel Itanium® 2	2003	410 000 000

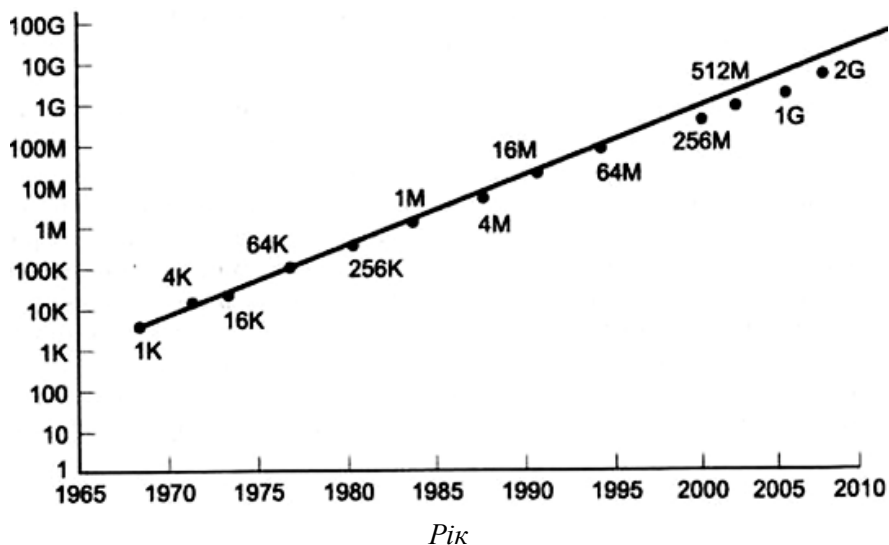


Рис. 4. Закон Мура: кількість транзисторів на одній мікросхемі подвоюється кожні 18 місяців, тобто на 60 % щорічно. Точки на графіку – об'єм пам'яті в бітах ($q=1,47$)

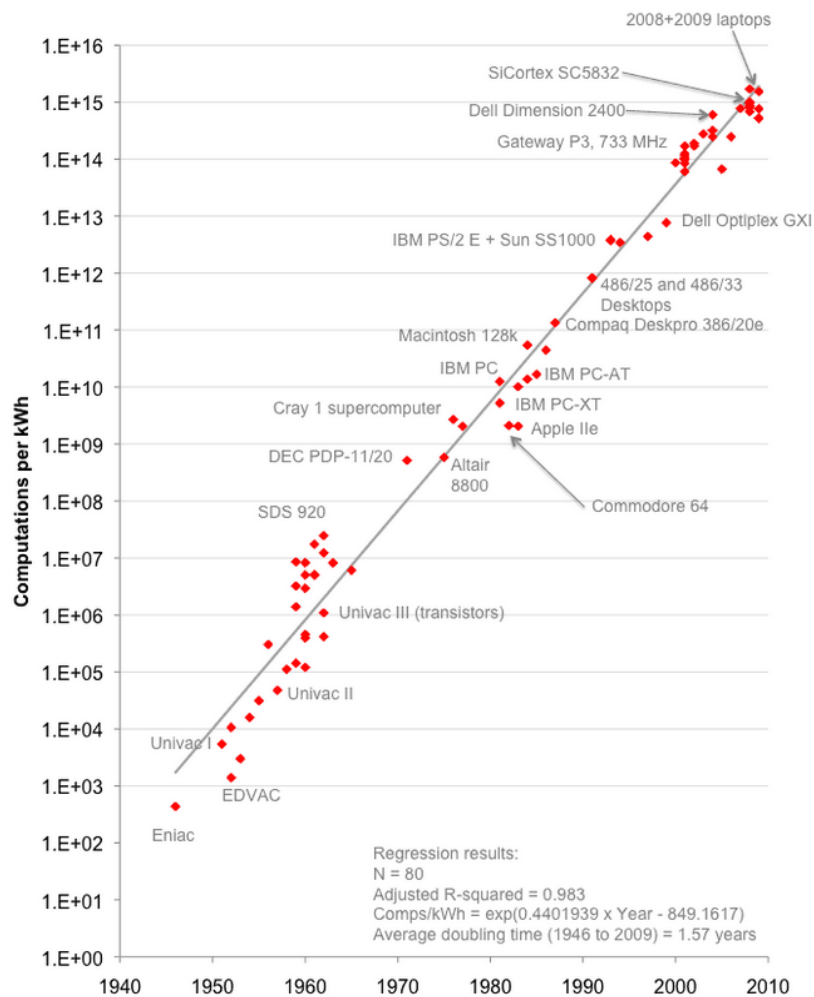


Рис. 5. Закон Мура: ріст енергетичної ефективності обробки інформації за 65 років, $q = 1,5476$ (Alizar, 2011)

За даними *Jonathan Koomey*, енергетична ефективність обробки інформації (кількість обчислень на 1 кВт*годину витраченої енергії) протягом 65 років, починаючи з першого комп'ютера *ENIAC* 1946 року, подвоювалася кожні 1,6 року. Однак сумарне енергоспоживання електроенергії комп'ютерів у світі постійно зростає.

Інші прояви «закона Мура» (*Skrabov*, 2005):

- «найбільш вигідне число транзисторів на кристалі подвоюється щороку»;
- «технологічно можливе число транзисторів на кристалі подвоюється кожні два роки»;
- «продуктивність мікропроцесорів подвоюється кожні 18 міс.»;
- «тактова частота мікропроцесорів подвоюється кожні 18 міс.»;
- «обчислювальна потужність комп'ютера

подвоюється кожні 18 міс.»;

«доступна обчислювальна потужність подвоюється кожні 18 міс.»;

- «обчислювальна потужність, доступна за \$ 1, подвоюється кожні 18 міс.; або ціна одного мікропроцесора падає вдвічі кожні 18 міс.»;

«ємність пам'яті / жорстких дисків подвоюється кожні 18 міс., або ціна за 1 Мб падає вдвічі кожні 18 міс.» та інші спостереження.

Приклад 2. Феномен поширення електромобілів.

Протягом останніх 10 років, перш за все, завдяки інноваційній діяльності Ілона Маска, у світі відновлюється величезний інтерес до електромобілів. Аналіз розвитку ринку електромобілів показує, що світові автовиробники активно шукають шляхи до освоєння цього сегменту ринку, який

розвивається надзвичайно стрімко (рис. 6–7). Низка інноваційних проривів, і, перш за все, у сфері виробництва тягових батарей (літій-іонних

та графенових) вивели виробництво електромобілів в одну з найдинамічніших галузей.



Рис. 6. Динаміка зростання кількості електромобілів у світі за 2014–18 рр., млн шт. (знизу до верху: Китай – темно-синій колір, США – синій, Норвегія – блакитний, Японія – червоний, Франція – помаранч, Великобританія – зелений, Нідерланди – світло-зелений, Німеччина – жовтий, решта світу – сірий)
Джерело: побудовано за даними (Sidorovich, 2019).

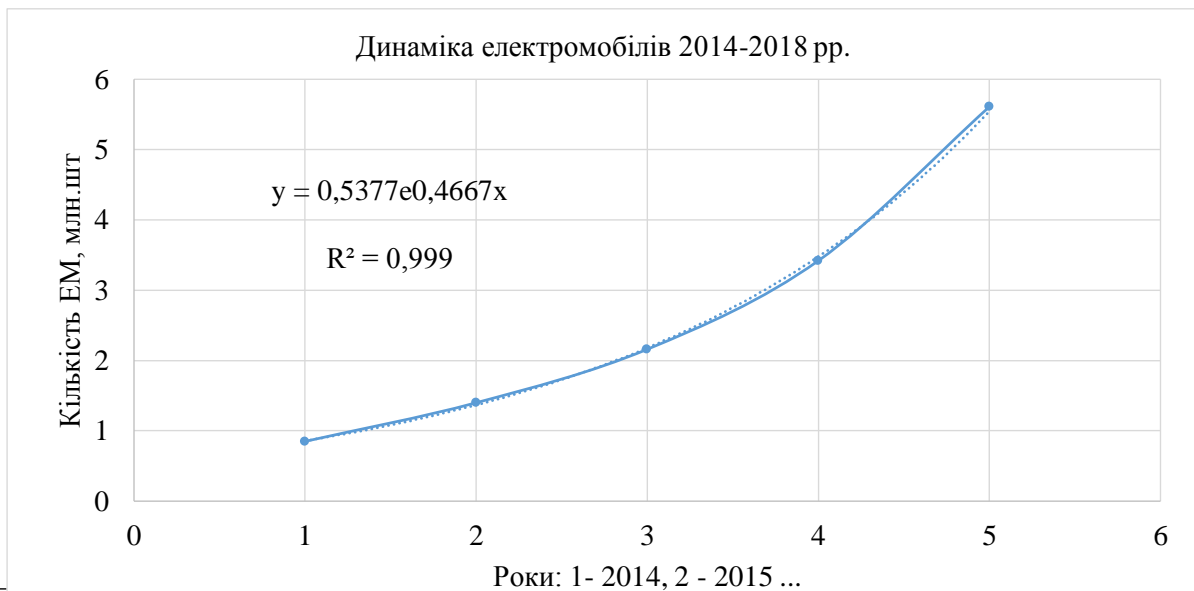


Рис. 7. Апроксимація зростання кількості електромобілів: практично співпадає із «законом Мура» та рядом Фібоначчі для $\gamma=1$ ($q=1,595$)

Як слідує з рис. 7

$$N = 0,5377 \times \exp(0,4667 \times t) ; R^2 = 0,9995$$

або

$$N = 0,5377 \times 1,595^t ; R^2 = 0,9995 ; \text{ тобто } q = 1,595$$

інноваційна привабливість виробництва і

успішних продаж електромобілів забезпечується їх значними перевагами над автомобілями з двигунами внутрішнього згоряння (ДВЗ):

- економічність експлуатації (витрати на електроенергію складають 10–20 копійок на 1 км пробігу замість 2 грн/км для ДВЗ);

- відсутність викидів CO_2 (принаймні, в зоні експлуатації електромобіля карбоновий слід відсутній);
- відсутність палива, антифризу, олів та фільтрів для них, що зменшує вплив електромобіля на екосистему та суттєво спрощує умови експлуатації;
- простота технічного обслуговування;
- простота конструкції, висока надійність і довговічність (20–25 років);
- можливість підзарядки від побутової електричної мережі, і особливо – в нічний час, за нічним тарифом;
- електродвигуни мають ККД до 90–95 % проти 22–38 % у ДВЗ;
- значно зменшений рівень шуму;
- можливість підзарядки акумуляторів під час гальмування і при русі з гори (рекуперация);
- можливість гальмування електродвигуном без використання механічних гальм;
- на перехрестях і в пробках 100 % економії енергії, так як повністю відпущена педаль газу автоматично переводить двигун у «сплячий режим»;

• можливість майже повної відмови від механічних трансмісій, що зменшує масу і вартість електромобіля;

- відсутність високих температур в робочому циклі;
- зменшення кількості деталей в 5–10 разів;
- практично відсутнє тертя ковзання тощо.

І найголовніша перевага електромобіля – це, мабуть, остання надія людства на можливість виправити екологічну ситуацію в містах. Сумарно ці переваги ініціювали той бум на ринку електромобілів, що більше 5 років забезпечує $q=1,595$, або щорічний їх приріст на рівні 60 %.

Сорочки нейлонові і губи силіконові, плащі Болонья і мобільні телефони, електромобілі і яхти – як це впливає на якість життя людей, і з якою швидкістю ринок формує запит на дані товари, і з якою швидкістю бізнес задовольняє попит? Як довго виконується той чи інший темп економічного розвитку регіону, галузі чи країни? Одним з найвпливовіших чинників є розмір ніші, що відкрилася (Tokarev, 2014). На рис. 8 зображено типи ніш. Очевидно, для розвитку ІТ та електромобілів має відповідати ніша типу І.

3.5:

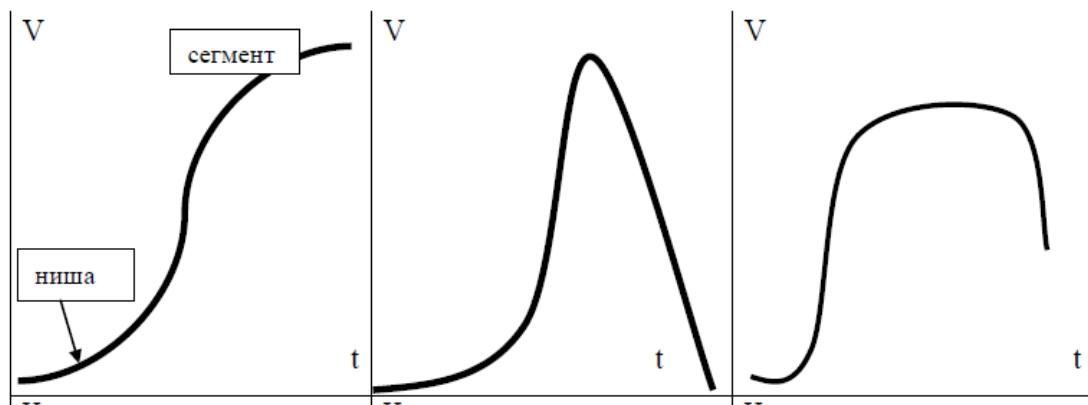


Рис. 8. Типи ринкових ніш:

І – ніша, що переростає в сегмент; II – короткострокова ніша; III – відносно стабільна ніша
Джерело: побудовано за даними (Tokarev, 2014).

Приклад 3. Моделювання чисельності населення Землі.

Чисельність населення Землі по моделі 2 (режим із загостренням) демонструє експоненційний ріст з $q=1,002225$, що відповідає моделі з $\gamma=888$, тобто відповідає узагальненому ряду Фібоначі:

$$a_{i+1} = a_i + a_{i-888}$$

Зрозуміло, що допущення моделі (по одній дівчинці на сім'ю, без природнього вибуття, 100 % виживання новонароджених) дала дуже далеке від природніх вікових обмежень людини $\gamma=888$ років.

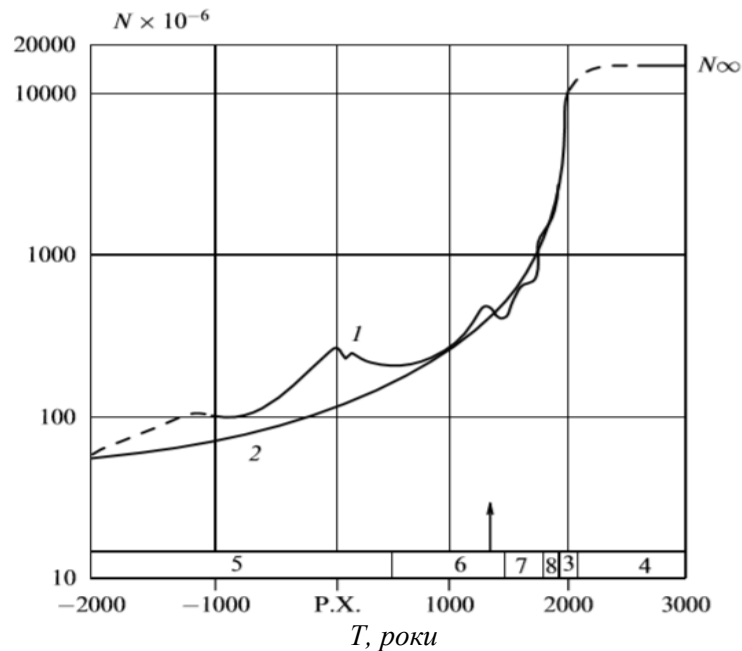


Рис. 9. Динаміка росту населення Землі: 1 – експериментальні дані; 2 – модель режиму із загостренням

Джерело: побудовано за даними (Kapitsa, 1996).

Приклад 4. Рай для мишей, або дослід Келхуна «Планета-25». На рис. 10 наведено результати натурного експерименту американського біолога Дж. Келхуна, де показано зміну чисельності популяції мишей у замкненому просторі за необмежених ресурсів їжі, води та повітря (John B Calhoun, 1973). Тобто в умовах, наближених до

райських (що нагадує приславету модель «суспільства споживання»). Як слідує із рис. 10, лише фаза В та фаза С відповідає узагальненій моделі Фібоначчі, а на наступних фазах верх беруть процеси деградації, що призводять до виродження та загибелі популяції.

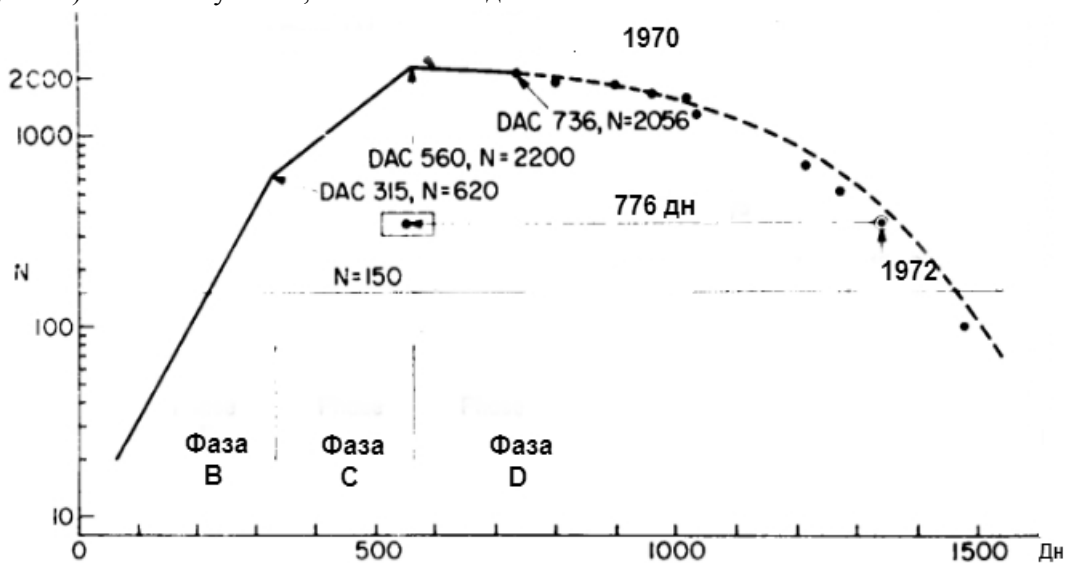


Рис. 10. Кількісні зміни популяції мишей у замкненому утопічному просторі DAC – кількість днів від початку експерименту (Д. Келхтун) (John B Calhoun, 1973): для фази В: $N(t) = 20 * 2^{((t-50)/54)}$ $t=50 \dots 315$ діб, для фази С: $N(t) = 620 * 2^{((t-316)/134)}$ $t=315 \dots 560$ діб

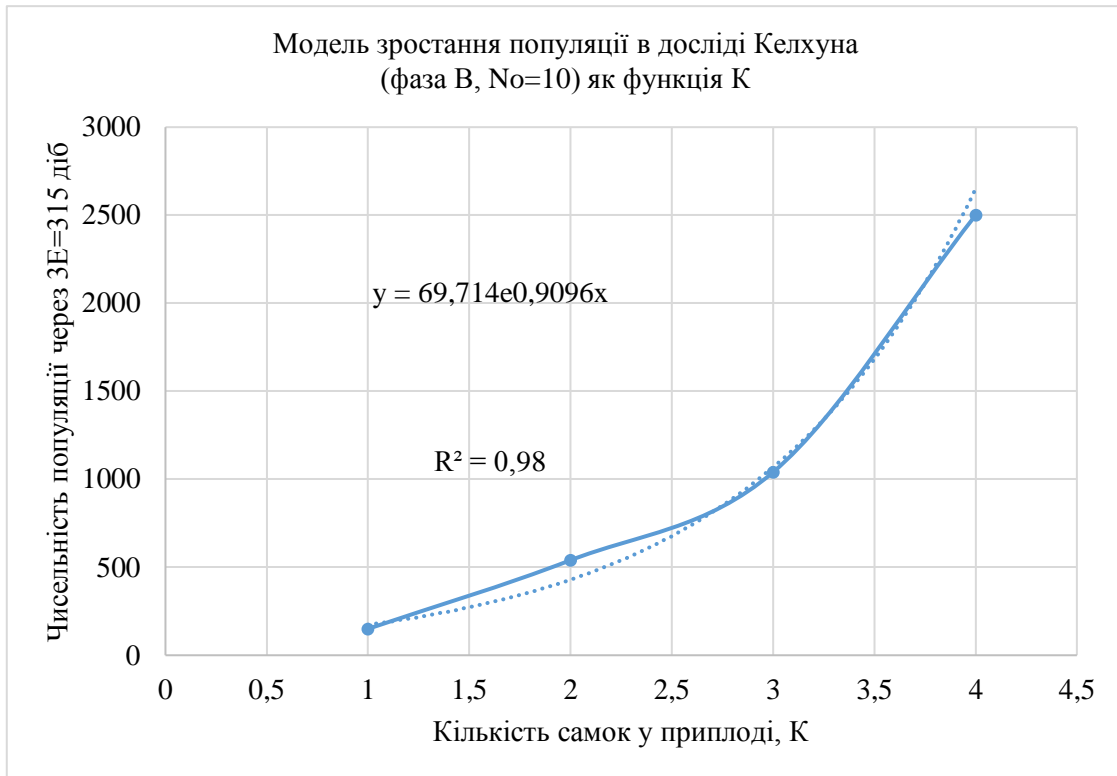


Рис. 11. Апроксимація результатів експерименту Келхуна для фази В:
($N = 620, K^*=2,4; T=105; q=2,013$)

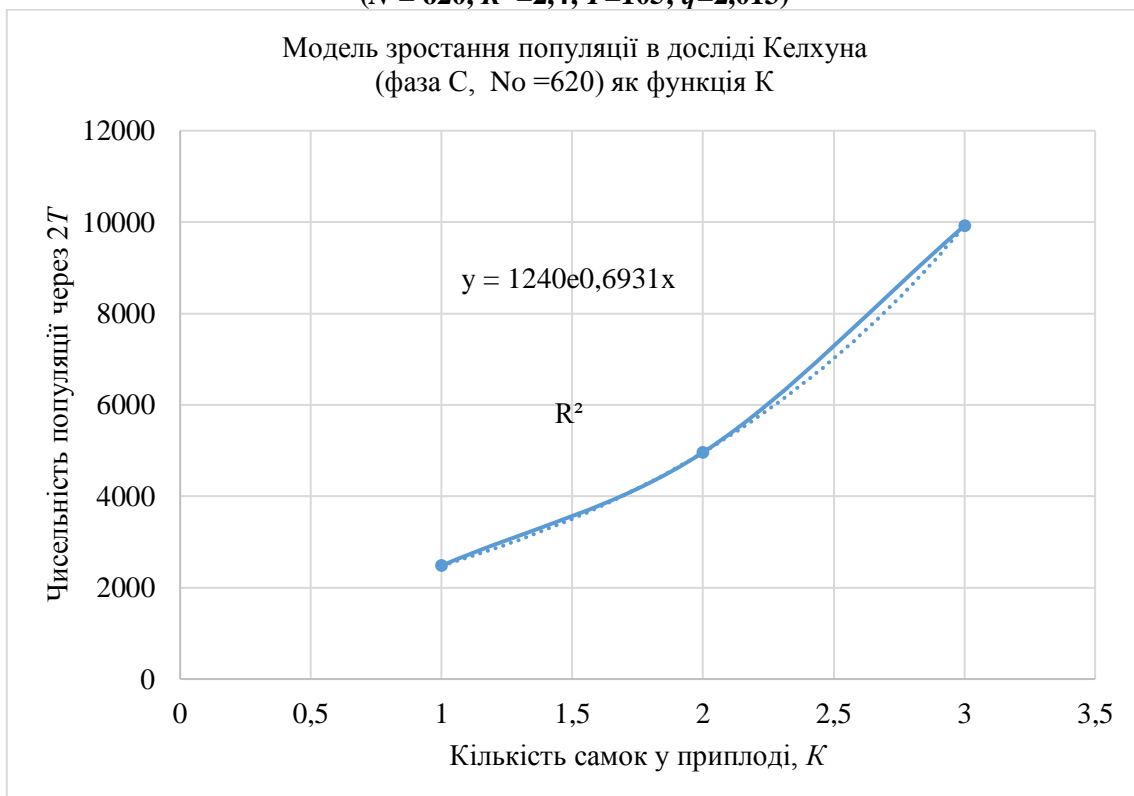


Рис. 12. Апроксимація результатів експерименту Келхуна для фази С
($N=2200; K^{**}=1,83; T=122; q=1,303$)

Приклад 5. Експорт високотехнологічних товарів і послуг.

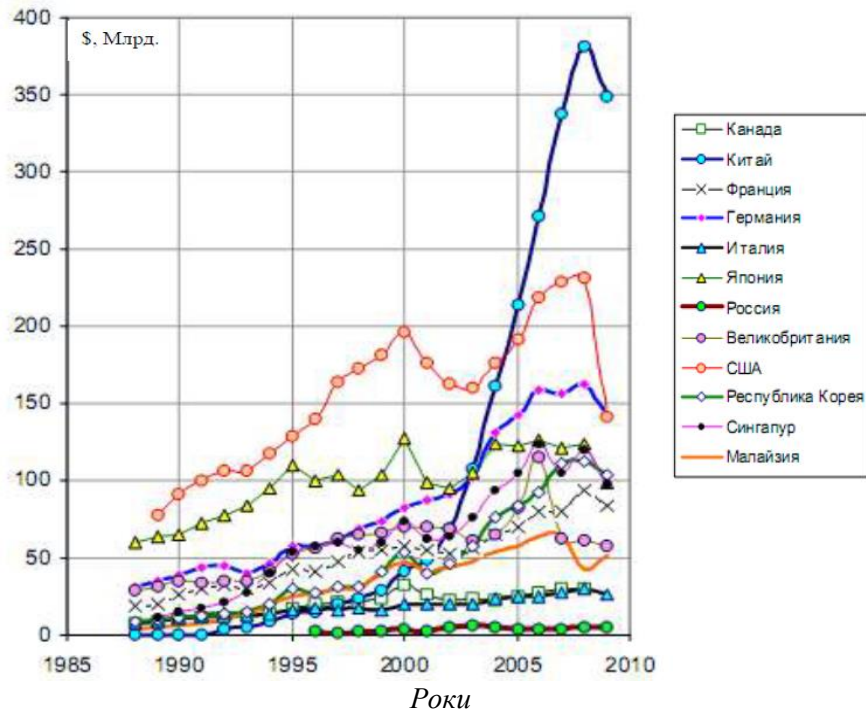


Рис. 13. Експорт високотехнологічних товарів та послуг: для Китаю з 1993 по 2008 рр. $q=1,418$ ($\gamma=2,50$)

Джерело: побудовано за даними (Tokarev, 2014).

Результати моделювання, наведені у прикладах 1–5, зведемо в таблицю 4.

Таблиця 4. Зведені значення параметрів q і $\gamma_{прив}$ для прикладів 1–5.

№ з/п	Модель	q	$\gamma_{прив}$	Джерело
1	Зростання числа транзисторів на інтегральній схемі (закон Мура)	1,587	1,43	<i>Skrabov A.</i> (2005)
		1,425	2,41	<i>Ishakov M.</i> (2018)
		1,47	1,88	
2	Ріст енергетичної ефективності обробки інформації	1,548	1,362	<i>Alizar A.</i> (2011)
3	Зростання числа електромобілів у світі	1,595	1,104	<i>Sidorovich V.</i> (2019)
4	Демографічна модель С. П. Капіци	1,00222	888	<i>Kapitsa S. P.</i> (1996)
5	Модель Келхуна, фаза В Модель Келхуна, фаза С	2,013	0	<i>John B Calhoun</i> (1973).
		1,303	4,45	<i>John B Calhoun</i> (1973).
6	Динаміка експорту Китаю високотехнологічних товарів та послуг з 1993 по 2008 рр.	1,418	2,5	<i>Tokarev B. G.</i> (2014)

Із таблиці 4 слідує можливість прогнозування динаміки систем різноманітної природи для випадків, коли провідним є один параметр, а обмеженнями на ресурси можна знехтувати. Тоді застосування дискретної узагальненої моделі Фібоначчі лише з одним параметром $\gamma_{прив}$ – глибиною післядії (час досягнення

репродуктивного віку для моделей популяційної динаміки та умовний час «дозрівання» інновацій для економічних моделей) дає гарне співпадіння з експериментальними даними. І якщо в екологічних системах основним мотиватором зростання популяції є наявність ресурсів, то в економічних системах необхідна інноваційна

складова, котрій, як правило, передують глибокі фундаментальні дослідження, екологічність, необхідні ресурси, корисність для суспільства, сприятливе законодавство, наявність активного населення, обмеження корупції «перевіряльників» тощо. Все це разом може забезпечити щорічні темпи зростання до 60 % і більше навіть протягом тривалого періоду. Розвиток ІТ та електромобілів – цьому підтвердження.

Висновки

1. Показано, що для моделювання динаміки процесів у багатьох системах живої і неживої природи діють спільні кількісні моделі.

2. Показано, що емпірична закономірність розвитку ІТ, яку частіше називають «законом Мура», насправді є частковим випадком моделі розвитку популяції з $q > 1,618$ та $\gamma = 1$ (ряду Фібоначчі).

3. Ріст числа електромобілів протягом останніх шести років також відповідає «закону Мура»: щорічним зростанням в межах 60 %.

4. Виявлено універсальну закономірність впливу параметра γ (кількість біологічних циклів до досягнення самкою репродуктивного віку) з узагальненим співвідношенням Фібоначчі: $a_{i+1}(\gamma) = a_i + a_{i-\gamma}$

5. Виявлено, що γ -ряди є геометричними прогресіями:

$$X_{i+1}/X_i(\gamma) = q_\gamma,$$

причому, знаменник її може бути обчислений за допомогою універсального ітераційного співвідношення:

$$q_{\gamma+1} \approx 1 + \ln q_\gamma$$

6. Показано, що для динаміки систем з одним періодом затримки до досягнення «репродуктивного віку» максимальний масштаб самовідтворення (при наявності ніші відповідної потужності):

$$q_{max} \leq (1 + \sqrt{5})/2 = 1,618, \text{ або } 61,8 \%$$

References

Alizar, A. (2011). «Zakon Mura» dlya energoeffektivnosti kompyuterov [Moore's Law for the Energy Efficiency of Computers]. Retrieved from <https://habr.com/ru/post/128575/> [in Russian].

Avilova, K. V. (2019). Struktura i dinamika chislenosti gorodskoy populyatsii Gogolya (bucephala clangula, anseriformes, anatidae) v Moskve [The structure and dynamics of the urban population of the gogol (bucephala clangula, anseriformes, anatidae) in Moscow]. *Zoologicheskii*

zhurnal, 98 (5), 543–555. doi: 10.1134/S0044513419030036 [in Russian].

Calhoun, J. B. (1973). Death Squared: The Explosive Growth and Demise of a Mouse Population. *Proc. roy. Soc. Med.*, 66 (1), 80–88.

Hrabar, I. H. (2002). Termoaktyvatsiyni analiz ta synerhetyka ruinovannia [Thermoactivation analysis and synergetics of destruction]. *Zhytomyr : ZhITI* [in Ukrainian].

Hrabar, I. H., Danik, Yu. H. & Kovbasiuk, S. V. (2015). Metodolohichni osnovy naukovykh doslidzen. Matematychnye modeliuvannia ta optymizatsiia skladnykh system [Methodological foundations of scientific research. Mathematical modeling and optimization of complex systems]. *Zhytomyr : Zhytomyrskiy viiskovyi instytut* [in Ukrainian].

Ishakov, M. (2018). Zakon Mura – 7 interesnykh faktov [Moore's Law – 7 Interesting Facts]. Retrieved from <https://bezopasnik.info/> [in Russian].

Kapitsa, S. P. (1996). Fenomenologicheskaya teoriya rosta naseleniya Zemli [Phenomenological Theory of Earth's Population Growth]. *Uspekhi fizicheskikh nauk*, 166 (1), 63–80 [in Russian].

Larin, S. N., Elizarova, M. I., Sokolov, N. A. (2019). Analiz razvitiya mirovogo ryinka naukoemkoy produktsii na primere tehnologiy iskusstvennogo intellekta [Analysis of the development of the global market for high-tech products using the example of artificial intelligence technologies]. *Journal of Economy and Business*, 5 (1), 119–129. doi: 10.24411/2411-0450-2019-10637 [in Russian].

Prigogine, I. & Stengers, I. (1984). Order out of chaos Man's new dialogue with nature. London : Heinemann.

Riznichenko, G. Yu. & Rubin, A. B. (1993). Matematicheskiye modeli biologicheskikh produktsionnykh protsessov [Mathematical models of biological production processes]. Moskva : Izdatelstvo Moskovskogo universiteta [in Russian].

Skrobov, A. (2005). Zakon Mura [Moore's Law]. Retrieved from <http://cs.usu.edu.ru/study/moore/> [in Russian].

Sidorovich, V. (2019). Mirovoy park elektromobiley v 2018 g. [World Electric Vehicle Park 2018]. Retrieved from <https://renen.ru/the-world-fleet-of-electric-vehicles-in-2018-grew-by-64-to-5-6-million/> [in Russian].

Tokarev, B. G. (2014). Tokarev B. G. (2014). Metodologiya marketingovikh issledovaniy rynochnykh nish innovatsionnykh produktov

[Methodology of marketing research of market niches of innovative products]. (Dissertatsiya doktora ekonomicheskikh nauk). Gosudarstvennyy universitet upravleniya, Moskva [in Russian].

Topazh, A. G., Abramova, A. V. & Tolstopyatov, S. E. (2016). Diskretnyye modeli populyatsionnoy dinamiki: dostoinstva, problemy i obosnovaniye [Discrete models of population dynamics: advantages, problems and rationale]. *Kompyuternyye issledovaniya i modelirovaniye*, 8 (2), 267 [in Russian].

Foster, L. (2008). Nanotekhnologii. Nauka. innovatsii i vozmozhnosti [Nanotechnology. The science. Innovation and opportunity]. Moskva: Tekhnosfera [in Russian].

Chernousov, N. F (2016). Dinamika chislennosti

i demograficheskoy struktury populyatsiy maloy lesnoy myshi (*apodemus uralensis pallas. 1811*) (rodentia. muridae) na urbanizirovannykh territoriyakh Yuzhnotayezhnoy lesnoy zony [The dynamics of the number and demographic structure of the populations of the small forest mouse (*apodemus uralensis pallas. 1811*) (rodentia. Muridae) in the urbanized territories of the southern taiga forest zone]. *Povolzhskiy ekologicheskiy zhurnal*, 4, 507–517. doi: 10.18500/1684-7318-2016-4-507-517 [in Russian].

Wilson, G. W. (1998). Resolving discrepancies between deterministic population models and individual-based simulations. *American Naturalist*, 151 (2), 116–134.